Prof. Dr. Manfred Lein
PD Dr. Mic$\hbar$ael Flohr
08. Juli 2011

VOLLSTÄNDIGE ELEKTRODYNAMIK

In der Vorlesung wurden nun alle Grundlagen der vollständigen Theorie des elektromagnetischen Feldes formuliert.

[P29] *Lorenz-Eichung*
Eine weitere wichtige Eichung ist die Lorenz-Eichung, zu der wir hier ein paar Überlegungen anstellen.

(a) Leiten Sie aus den Maxwell-Gleichungen die Kontinuitätsgleichung ab,

$$\nabla \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0\,.$$

(b) Zeigen Sie nun, dass es immer möglich ist, das Vektorpotential $\vec{A}$ und das elektrische Potential Φ durch Eichung so zu wählen, dass gilt:

$$\nabla \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0\,.$$

Beachten Sie die formale Ähnlichkeit zur Kontinuitätsgleichung.

(c) Welche Eichtransformationen sind möglich, so dass die Lorenz-Eichung erhalten bleibt?

(d) In der sogenannten *Strahlungseichung* fordert man $\Phi = 0$ und $\nabla \cdot \vec{A} = 0$. Ist somit auch die Lorenz-Bedingung erfüllt? Ist so eine Eichung möglich?

[P30] *Elektromagnetische Wellen*
Wir betrachten als Lösung der Maxwell-Gleichungen im Vakuum die Superposition von zwei ebenen, linear polarisierten elektromagnetischen Wellen. Beide haben die gleiche elektrische Feldamplitude $\vec{E}_0 = E_0\vec{e}_x$, aber sie haben entgegengesetzte Ausbreitungsrichtungen mit Wellenvektoren $\vec{k} = k\vec{e}_z$ und $-\vec{k} = -k\vec{e}_z$.

(a) Geben Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und die magnetische Flussdichte $\vec{B}(\vec{r}, t)$ an.

(b) Berechnen Sie die Energiedichte und die Energiestromdichte als Funktion von Ort und Zeit.

(c) Zu welchen Zeiten t_j verschwindet die Energiestromdichte?

(d) Wählen Sie eine solche Zeit t_j und tragen für die Zeit $t = t_j + \frac{\pi}{4ck}$ das $\vec{E}$-Feld und die Energiestromdichte als Funktion von z auf. *Hinweis*: Es gibt jeweils nur eine einzige nichtverschwindende Komponente.